

Cryptographie

Authentification symétrique

Léo COLISSON PALAIS
Master CSI 2024 – 2025

leo.colisson-palais@univ-grenoble-alpes.fr
<https://leo.colisson.me/teaching.html>

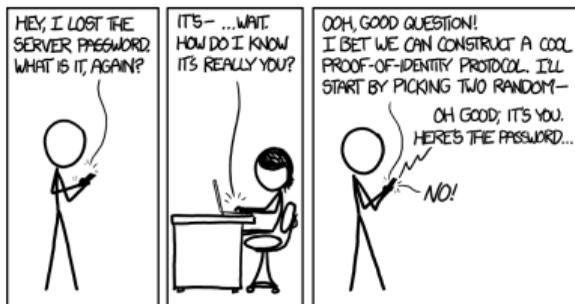
Authentication: Motivations

Authentication : Motivations

Authentication/signature = s'assurer que l'on **parle à la bonne personne**

Motivations:

- Prouver qui l'on est = souvent très important:
 - Accéder à son compte bancaire...: Mot de passe pas pratique/suffisant = authentification à 2 facteurs
 - ... et être sûr que l'on parle bien à sa banque !
 - Ouvrir une voiture/porte d'accès/...
- Stocker des données chez des personnes malicieuses
- "Stateless" serveur : JSON Web Token (JWT)
- Éviter attaque déni de service dans TCP : SYN cookies
- Blockchain = signer une autorisation de transfert d'argent
- Éviter les attaques de "l'homme du milieu" (Man In The Middle, MITM)
- Éviter l'attaque padding oracle ⇒ obtenir sécurité IND-CCA = sécurité contre **adversaires actifs**



Authentification

Comme chiffrement, 2 grandes familles :



Clé privée (symétrique)
= **Code d'authentification de message (MAC)**

= Le vérifieur de la signature doit échanger au préalable une clé privée avec le signataire

Clé publique (asymétrique)
= **signature**

= Le vérifieur de la signature doit connaître la clé publique du signataire

Authentification

Comme chiffrement, 2 grandes familles :

ce coeurs !

Clé privée (symétrique)
= **Code d'authentification de message (MAC)**

= Le vérifieur de la signature doit échanger au préalable une clé privée avec le signataire

Clé publique (asymétrique)
= **signature**

= Le vérifieur de la signature doit connaître la clé publique du signataire

Code d'authentification de message (MAC)

Code d'authentification de message (MAC)

Un code d'authentification de message (= *message authentication code*, **MAC**) pour un espace de message \mathcal{M} est composé de deux algorithmes :

- **Gen**(1^λ) qui renvoie une clé secrète k
- **MAC**(k, m) est un algorithme déterministe qui prend en entrée une clé k et un message $m \in \mathcal{M}$ et renvoie un **tag** (joue le rôle d'une signature)



Comment vérifier si un tag t authentifie bien le message m ?

Code d'authentification de message (MAC)

Code d'authentification de message (MAC)

Un code d'authentification de message (= *message authentication code*, **MAC**) pour un espace de message \mathcal{M} est composé de deux algorithmes :

- **Gen**(1^λ) qui renvoie une clé secrète k
- **MAC**(k, m) est un algorithme déterministe qui prend en entrée une clé k et un message $m \in \mathcal{M}$ et renvoie un **tag** (joue le rôle d'une signature)



Comment vérifier si un tag t authentifie bien le message m ?

MAC est déterministe, donc on calcule $\text{MAC}(k, m) \stackrel{?}{=} t$!

Code d'authentification de message (MAC)

Disclaimer : j'aurai souvent tendance à parler de signature au lieu de tag, car c'est moralement la même chose à part clé privée/publique.

MAC: définitions de sécurité

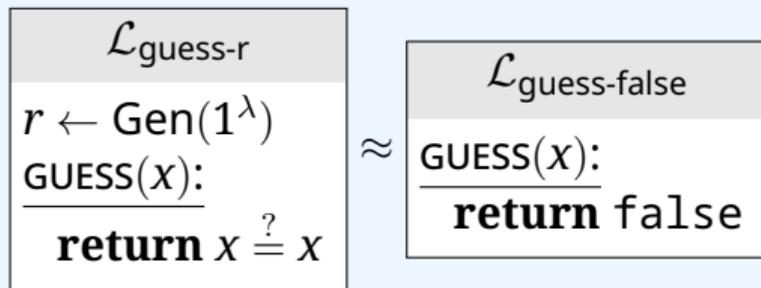
Comment formaliser la sécurité ?

Sécurité intuitivement = dur de générer un tag valide sans connaître la clé k .
Comment formaliser cette idée ?

Comment formaliser la sécurité ?

Étape 1: comment formaliser "dur de trouver X"?

Est-il vrai que:

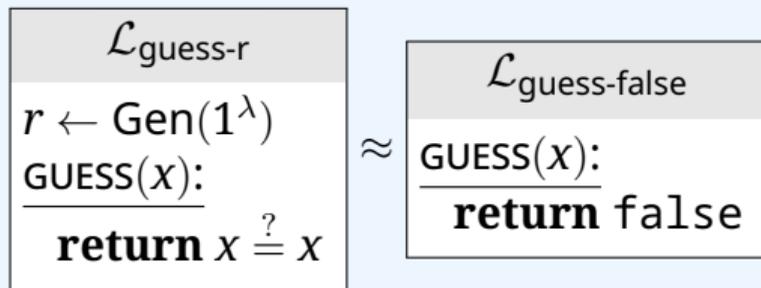


- A Non
- B Oui, mais on aurait pu mettre \equiv
- C Oui, et \approx est le bon symbole

Comment formaliser la sécurité ?

Étape 1: comment formaliser "dur de trouver x "?

Est-il vrai que:



- A Non
- B Oui, mais on aurait pu mettre \equiv
- C Oui, et \approx est le bon symbole ✓ car **il est dur de trouver x** , mais on a une chance négligeable ($\frac{1}{2^\lambda}$) de le trouver

Comment formaliser la sécurité ?

Étape 2: comment formaliser "dur de trouver un tag valide"?



Premier essai:

| $\mathcal{L}_{\text{mac-1}}$ |
|---|
| $r \leftarrow \text{Gen}(1^\lambda)$ <u>CHECKTAG(m, t):</u> return $\text{MAC}(k, m) \stackrel{?}{=} t$ |

\approx

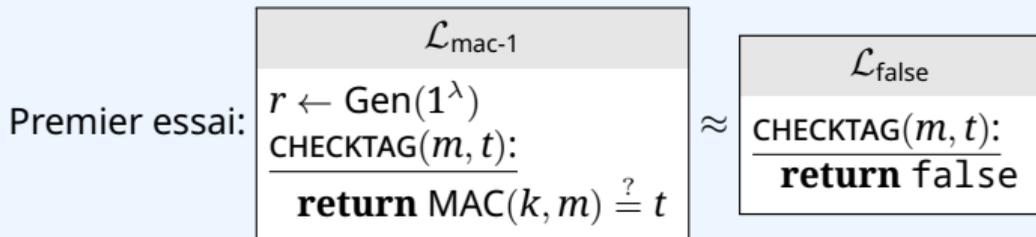
| $\mathcal{L}_{\text{false}}$ |
|--|
| <u>CHECKTAG(m, t):</u> return false |

Est-ce une bonne idée?

- A Non, car on peut toujours distinguer ces librairies
- B Non, car cette définition n'est pas assez générique
- C Oui

Comment formaliser la sécurité ?

Étape 2: comment formaliser “dur de trouver un tag valide”?



Est-ce une bonne idée?



- A** Non, car on peut toujours distinguer ces libraries
- B** Non, car cette définition n'est pas assez générique
 - ✓ Dans la vraie vie, un attaquant va voir passer des tags valides !! Il a donc plus d'information qu'ici. Par exemple, $\text{MAC}(t, x) := (t, x)$ serait sécurisé avec cette définition, mais en réalité on ne considère pas ceci sécurisé car il suffit de voir une seule “signature” (tag) pour pouvoir signer n'importe quel message !
- C** Oui

Comment formaliser la sécurité ?

Étape 2: comment formaliser "dur de trouver un tag valide"?



Deuxième essai:

```
 $\mathcal{L}_{\text{mac-1}}$   
 $r \leftarrow \text{Gen}(1^\lambda)$   
GETTAG( $m$ ):  
  return MAC( $k, m$ )  
CHECKTAG( $m, t$ ):  
  return MAC( $k, m$ )  $\stackrel{?}{=} t$ 
```

\approx

```
 $\mathcal{L}_{\text{mac-1-false}}$   
 $r \leftarrow \text{Gen}(1^\lambda)$   
GETTAG( $m$ ):  
  return MAC( $k, m$ )  
CHECKTAG( $m, t$ ):  
  return false
```

Est-ce une bonne idée?

- A Non, car on peut toujours distinguer ces libraries
- B Non, car cette définition n'est pas assez générique
- C Oui

Comment formaliser la sécurité ?

Étape 2: comment formaliser "dur de trouver un tag valide"?

Deuxième essai:

$\mathcal{L}_{\text{mac-1}}$

```
 $r \leftarrow \text{Gen}(1^\lambda)$   
GETTAG( $m$ ):  
  return MAC( $k, m$ )  
CHECKTAG( $m, t$ ):  
  return MAC( $k, m$ )  $\stackrel{?}{=} t$ 
```

\approx

$\mathcal{L}_{\text{mac-1-false}}$

```
 $r \leftarrow \text{Gen}(1^\lambda)$   
GETTAG( $m$ ):  
  return MAC( $k, m$ )  
CHECKTAG( $m, t$ ):  
  return false
```



Est-ce une bonne idée?

- A** Non, car on peut toujours distinguer ces libraries
 - ✓ Essayez de trouver une attaque (exercice Caseine "MAC > MAC > MAC mauvaise definition")
- B** Non, car cette définition n'est pas assez générique
- C** Oui

Comment formaliser la sécurité ?

Étape 2: comment formaliser "dur de trouver un tag valide"?

Deuxième essai:

$\mathcal{L}_{\text{mac-1}}$

```
 $r \leftarrow \text{Gen}(1^\lambda)$   
GETTAG( $m$ ):  
  return MAC( $k, m$ )  
CHECKTAG( $m, t$ ):  
  return MAC( $k, m$ )  $\stackrel{?}{=} t$ 
```

\approx

$\mathcal{L}_{\text{mac-1-false}}$

```
 $r \leftarrow \text{Gen}(1^\lambda)$   
GETTAG( $m$ ):  
  return MAC( $k, m$ )  
CHECKTAG( $m, t$ ):  
  return false
```



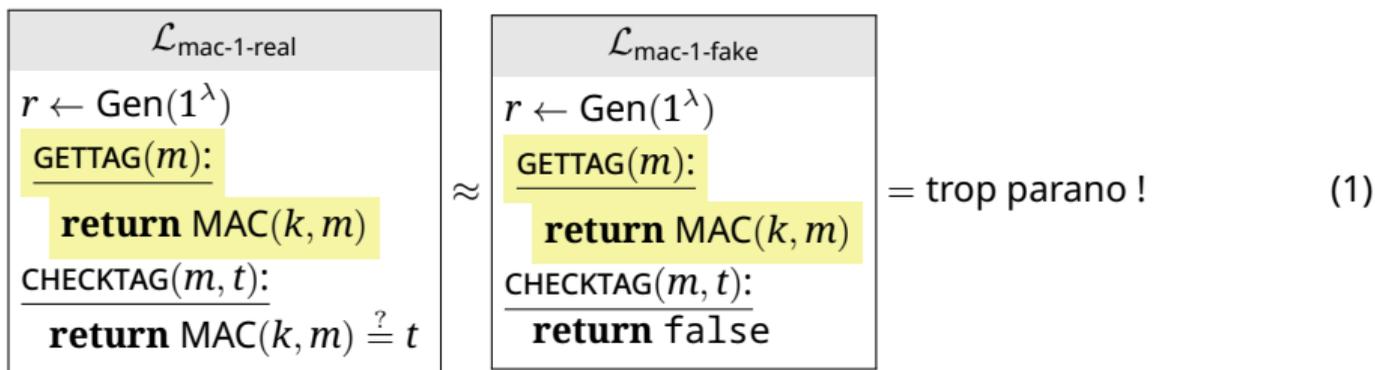
Est-ce une bonne idée?

- A Non, car on peut toujours distinguer ces libraries
 - ✓ Essayez de trouver une attaque (exercice Caseine "MAC > MAC > MAC mauvaise definition") \Rightarrow Solution: CHECKTAG("hello", GETTAG("hello"))
- B Non, car cette définition n'est pas assez générique
- C Oui

Comment formaliser la sécurité ?

Étape 2: comment formaliser “dur de trouver **un tag valide**”?

Deuxième essai:



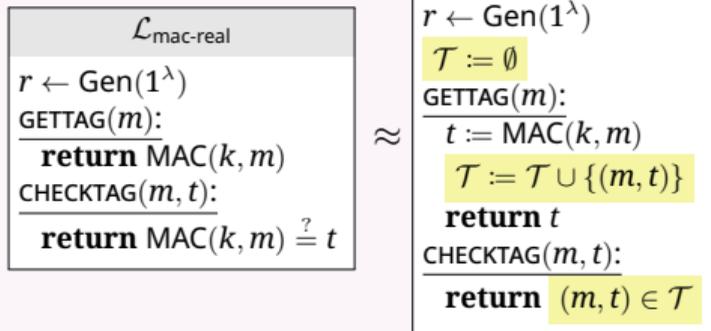
Ce n'est pas une attaque si la seule chose que l'on arrive à signer c'est en copiant/collant des signatures existantes ! (mais attention, les replay attacks peuvent poser problème en pratique, mais ce n'est pas une attaque que l'on peut résoudre à ce niveau là)

Comment formaliser la sécurité ?

Troisième (et dernier) essai: on gagne si on arrive à générer un TAG **jamais vu avant**:

Définition (EUF-CMA-)

Un MAC (Gen, MAC) est dit **fortement EUF-CMA-sécurisé** (*existentially unforgeable under chosen-message attacks*) si:



Note: pour non-fortement EUF-CMA-sécurisé, on remplace simplement $(m, t) \in \mathcal{T}$ par $\exists t, (m, t) \in \mathcal{T}$, c'est à dire pour gagner il faut générer un tag pour un **message différent**.

Comment formaliser la sécurité ?

Exercice **caséine** (MAC > MAC (quizz) > “MAC sécurité OTP”).
Soit $\mathcal{M} = \{0, 1\}^\lambda$, $\text{Gen}(1^\lambda) := r \xleftarrow{\$} \{0, 1\}^\lambda$; **return** r et $\text{MAC}(k, m) := k \oplus m$. Est-ce un MAC sécurisé ? Si oui, prouvez-le, sinon trouvez une attaque.

Rappel de la définition :



| $\mathcal{L}_{\text{mac-real}}$ |
|--|
| $r \leftarrow \text{Gen}(1^\lambda)$ |
| <u>GETTAG(m):</u> |
| return $\text{MAC}(k, m)$ |
| <u>CHECKTAG(m, t):</u> |
| return $\text{MAC}(k, m) \stackrel{?}{=} t$ |

\approx

| $\mathcal{L}_{\text{mac-fake}}$ |
|--|
| $r \leftarrow \text{Gen}(1^\lambda)$ |
| $\mathcal{T} := \emptyset$ |
| <u>GETTAG(m):</u> |
| $t := \text{MAC}(k, m)$ |
| $\mathcal{T} := \mathcal{T} \cup \{(m, t)\}$ |
| return t |
| <u>CHECKTAG(m, t):</u> |
| return $(m, t) \in \mathcal{T}$ |

Comment formaliser la sécurité ?

Universal vs existential forgery:

Pour gagner jeux précédent = il suffit de trouver **un seul message** que l'on sait signer pour gagner = **existential forgery**: *il existe* un message que je sais signer

Dans certaines attaques, on sait même signer **n'importe quel message** = **universal forgery**: je peux signer *tous* les messages !

Comment construire des MAC

MAC à partir de PRF

Rappel: Une PRF $F: \mathcal{K} \times \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ = fonction pseudo-aléatoire.



Si je connais $F_k(x)$ pour un x et k donné, est-ce que je peux trouver $F_k(x')$ efficacement (avec un avantage non négligeable) lorsque $x \neq x'$?

- A Oui
- B Ça dépend
- C Non

MAC à partir de PRF

Rappel: Une PRF $F: \mathcal{K} \times \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ = fonction pseudo-aléatoire.

Si je connais $F_k(x)$ pour un x et k donné, est-ce que je peux trouver $F_k(x')$ efficacement (avec un avantage non négligeable) lorsque $x \neq x'$?

- A Oui
- B Ça dépend ✓ Mais de quoi ? (Indice: taille)



- C Non

MAC à partir de PRF

Rappel: Une PRF $F: \mathcal{K} \times \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ = fonction pseudo-aléatoire.

Si je connais $F_k(x)$ pour un x et k donné, est-ce que je peux trouver $F_k(x')$ efficacement (avec un avantage non négligeable) lorsque $x \neq x'$?

A Oui

B Ça dépend ✓ Mais de quoi ? (Indice: taille)

- Si $|\mathcal{Y}| = O(\log \lambda)$, alors on peut deviner au hasard : probabilité $\frac{1}{2^{|\mathcal{Y}|}} = \frac{1}{\text{poly}(\lambda)}$ (non négligeable) de deviner x . Si on peut en plus vérifier si c'est correct, alors on peut juste essayer toutes les possibilités (brute-force).
- Si $|\mathcal{Y}| = \text{poly}(\lambda)$, alors le brute-force n'est **pas efficace**:
⇒ difficile de trouver $F_k(x)$!
⇒ **Bon candidat** pour un MAC !

C Non

MAC à partir de PRF

Et en effet:

PRF + longue sortie = MAC

Soit $F: \{0, 1\}^\lambda \times \{0, 1\}^{\text{in}} \rightarrow \{0, 1\}^\lambda$ une PRF sécurisé (notez la taille de la sortie). Alors $\text{MAC}(k, m) := F_k(m)$ et $\text{Gen}(1^\lambda) := k \xleftarrow{\$} \{0, 1\}^\lambda$; **return** k est fortement EUF-CMA sécurisé, et a pour espace de message $\mathcal{M} := \{0, 1\}^{\text{in}}$.

Idée de la preuve. Intuitivement, puisque F est une PRF, connaître $F_k(m)$ ne donne aucune information sur $F_k(m')$ pour $m' \neq m$ car F est indistinguable d'une fonction où chaque élément est tiré au hasard de manière indépendante. Chaque appel à $\text{GETTAG}(m)$ nous donne donc un $F_k(m)$, mais à la fin il faut deviner $F_k(m')$ pour un m' jamais vu: difficile de faire mieux que de deviner aléatoirement: probabilité $\frac{1}{2^\lambda} = \text{negl}(\lambda)$ de deviner correctement! (preuve complète dans *Joy of cryptography*)

MAC pour de long messages

Problème : La méthode PRF fonctionne pour les messages de **taille fixe** in.



Comment générer un MAC pour des messages de **taille arbitraire** ?

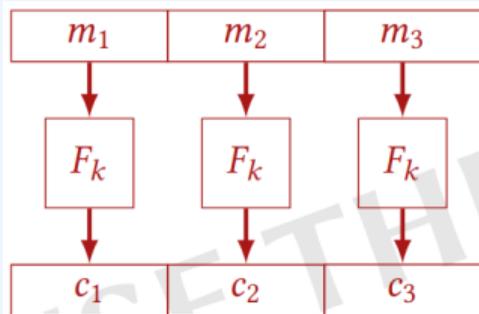
Problème : La méthode PRF fonctionne pour les messages de **taille fixe** in.



Comment générer un MAC pour des messages de **taille arbitraire** ?

Pour chiffrement, solution = cipher modes (CBC, CTR...). Ici aussi ? (spoiler: **pas aussi simple**)

MAC pour de long messages



Premier essai : ECB-MAC

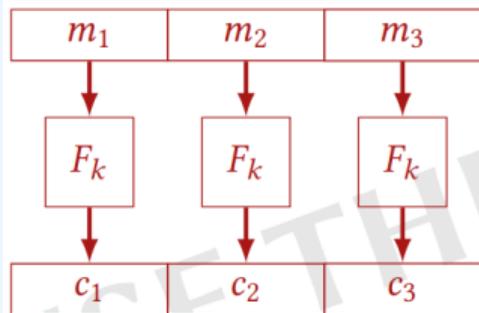
On considère:

$$\text{MAC}(k, m_1 \| \dots \| m_l):$$

$$\text{return } F_k(m_1) \| \dots \| F_k(m_l)$$

Est-ce un MAC sécurisé ?
(exercice **caséine**)

MAC pour de long messages



Premier essai : ECB-MAC

On considère:

$$\text{MAC}(k, m_1 \| \dots \| m_l):$$

$$\text{return } F_k(m_1) \| \dots \| F_k(m_l)$$

Est-ce un MAC sécurisé ?

(exercice **caséine**)

X Non! (idée: ré-ordonner les blocs)

MAC pour de long messages

Mode ECB non sécurisé... **pas surprenant !**



Deuxième essai : ECB++MAC

On considère:


$$\text{MAC}(k, m_0 \| \dots \| m_l):$$
$$\text{return } F_k(0 \| m_0) \| \dots \| F_k(n \| m_l)$$

Est-ce un MAC sécurisé ?
(exercice **caséine**)

MAC pour de long messages

Deuxième essai : ECB++MAC

On considère:

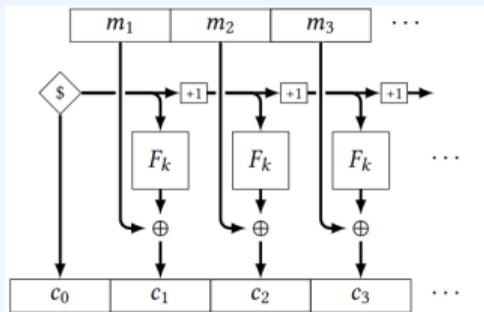

$$\text{MAC}(k, m_0 \parallel \dots \parallel m_l):$$
$$\text{return } F_k(0 \parallel m_0) \parallel \dots \parallel F_k(n \parallel m_l)$$

Est-ce un MAC sécurisé ?

(exercice **caséine**)

X Non! Idée: mixer les blocs entre plusieurs messages.

MAC pour de long messages



Troisième essai : CTR-MAC

On considère:

$\text{MAC}(k, m_0 \| \dots \| m_l):$

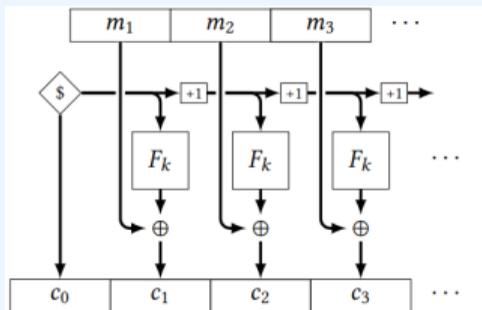
$c_0 \xleftarrow{\$} \{0, 1\}^\lambda$

return $c_0 \| F_k(c_0 + 0) \oplus m_0 \| \dots$

$\dots \| F_k(c_0 + n) \oplus m_l$

Est-ce un MAC bien défini ?
(exercice **caséine**)

MAC pour de long messages



Troisième essai : CTR-MAC

On considère:

$\text{MAC}(k, m_0 \| \dots \| m_l):$

$c_0 \xleftarrow{\$} \{0, 1\}^\lambda$

return $c_0 \| F_k(c_0 + 0) \oplus m_0 \| \dots$

$\dots \| F_k(c_0 + n) \oplus m_l$

Est-ce un MAC bien défini ?

(exercice **caséine**)

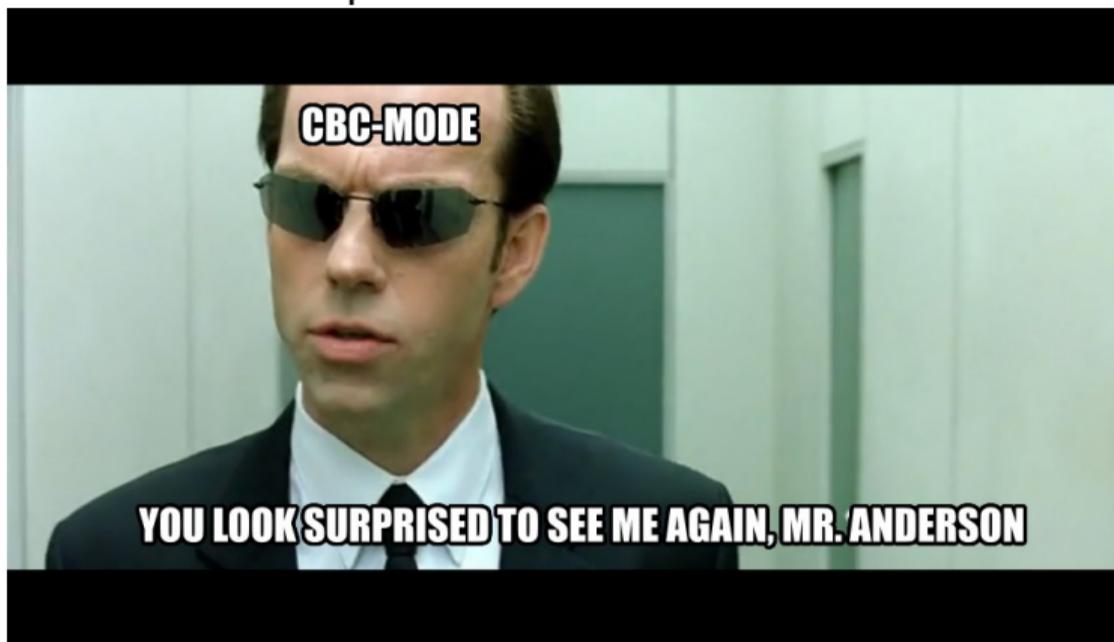
X Non, car il n'est pas déterministe !
Et même s'il l'était (e.g. IV fixe), très simple à casser (même attaque que ECB++-MAC).

MAC pour de long messages

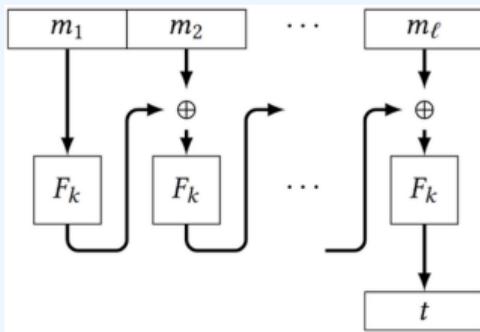


MAC pour de long messages

Et que donne le **mode CBC**?



MAC pour de long messages



Quatrième essai : CBC-MAC

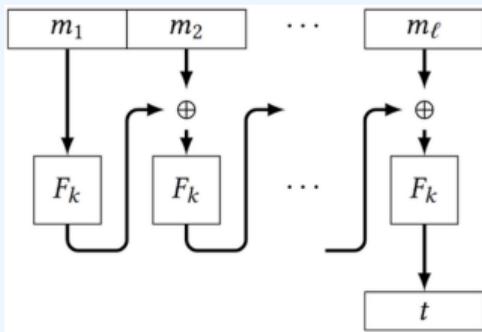
On considère:

```
MAC( $k, m_1 || \dots || m_l$ ):  
   $t := \mathbf{0}^\lambda$   
  for  $i = 1$  to  $l$   
     $t := F_k(m_i \oplus t)$   
  return  $t$ 
```

Est-ce un MAC sécurisé ?

(exercice **caséine** "MAC attaque 4: CBC-MAC")

MAC pour de long messages



Quatrième essai : CBC-MAC

On considère:

```
MAC( $k, m_1 || \dots || m_l$ ):  
   $t := 0^\lambda$   
  for  $i = 1$  to  $l$   
     $t := F_k(m_i \oplus t)$   
  return  $t$ 
```

Est-ce un MAC sécurisé ?

(exercice **caséine** "MAC attaque 4: CBC-MAC")

✓ / ✗ Oui et Non: oui si on ne signe que des messages de même taille, non si on chiffre des messages de taille différente (idée: signer m_0 (tag t) et $t \oplus m_1$, et le combiner pour avoir un tag de $m_0 || m_1$).

MAC pour de long messages

Donc CBC MAC **non sécurisé** car on peut combiner de petits tags pour avoir de gros tags...



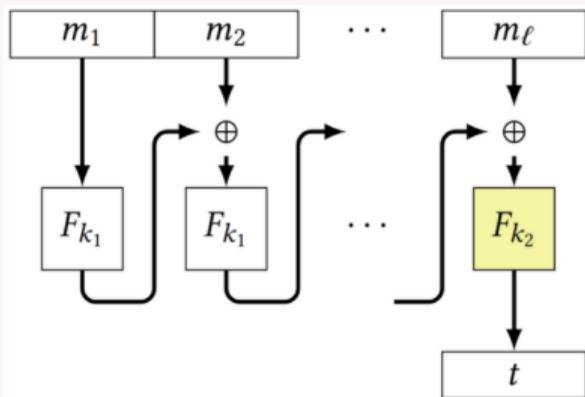
Solutions:

- ajouter la **taille** du message au début:
⇒ problème = on doit connaître la taille de message avant le début de la signature, parfois **pas pratique** pour de gros messages (et ajouter la taille à la fin = pas sécurisée)
- utiliser une **autre fonction** à la fin !

MAC pour de long messages

Théorème

Soit $F: \mathcal{K} \times \{0, 1\}^\lambda \rightarrow \{0, 1\}^\lambda$ une PRF. Le mode ECBC-MAC défini comme:



```
MAC( $(k_1, k_2), m_1 \| \dots \| m_l$ ):  
   $t := 0^\lambda$   
  for  $i = 1$  to  $l - 1$   
     $t := F_{k_1}(m_i \oplus t)$   
  return  $F_{k_2}(m_l \oplus t)$ 
```

est fortement EUF-CMA sécurisé (pour des messages dans $(\{0, 1\}^\lambda)^*$ avec la construction ci-dessus, et dans $\{0, 1\}^*$ en utilisant du padding).

MAC pour de long messages

ECBC-MAC est donc **sécurisé** !



MAC pour de long messages

ECBC-MAC est sécurisé, mais nécessite **deux clés**: on peut le rendre un peu plus efficace avec **une seule clé** = One-Key CBC-MAC (**OMAC**, or OMAC2), encore un peu amélioré avec OMAC1 (=CMAC), (OMAC étant parfois utilisé pour désigner cette famille).

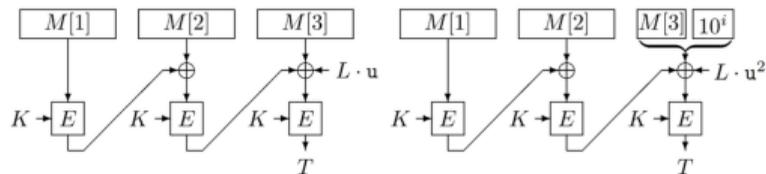


Fig. 2. Illustration of OMAC1. Note that $L = E_K(0^n)$.

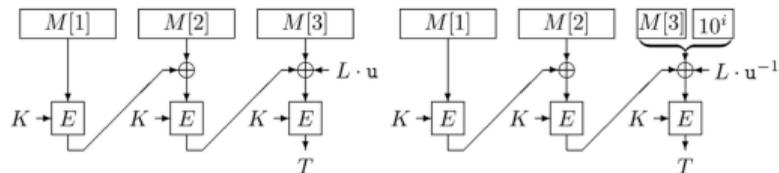


Fig. 3. Illustration of OMAC2.

MAC à partir de fonctions de hash

MAC à partir de fonctions de hash

Idées: utiliser des **fonctions de hash** pour faire des MAC ?

- $\text{PrefixMac}_k(m) := H(k\|m)$
- $\text{SuffixMac}_k(m) := H(m\|k)$
- $\text{SandwitchMac}_{k_1\|k_2}(m) := H(k_1\|m\|k_2)$ (“paddées” ?)
- Autre ?



Est-ce vraiment sécurisé ?

MAC à partir de fonctions de hash

Idées: utiliser des **fonctions de hash** pour faire des MAC ?

- $\text{PrefixMac}_k(m) := H(k\|m)$ *Parfois,*
- $\text{SuffixMac}_k(m) := H(m\|k)$ *↳ SHA-3 ok (pair pour)*
- $\text{SandwitchMac}_{k_1\|k_2}(m) := H(k_1\|m\|k_2)$ ("paddées" ?)
- Autre ?



Est-ce vraiment sécurisé ?

MAC à partir de fonctions de hash

Idées: utiliser des **fonctions de hash** pour faire des MAC ?

- $\text{PrefixMac}_k(m) := H(k\|m)$
- $\text{SuffixMac}_k(m) := H(m\|k)$
- $\text{SandwitchMac}_{k_1\|k_2}(m) := H(k_1\|m\|k_2)$ ("paddées" ?)
- Autre ?

Parfois, mais pas toujours 

↳ SHA-3 ok
(pair pour)

↳ cassé si hash
basé sur Merkle-
Damgård

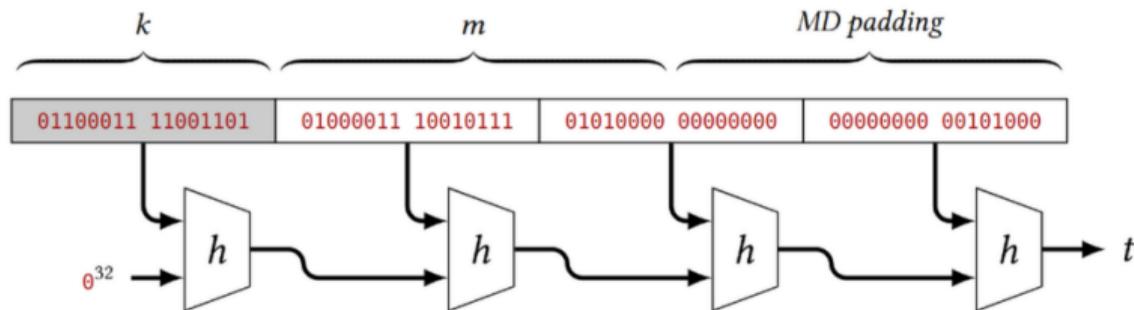
E.g. MD5
SHA-1
SHA-2



Est-ce vraiment sécurisé ?

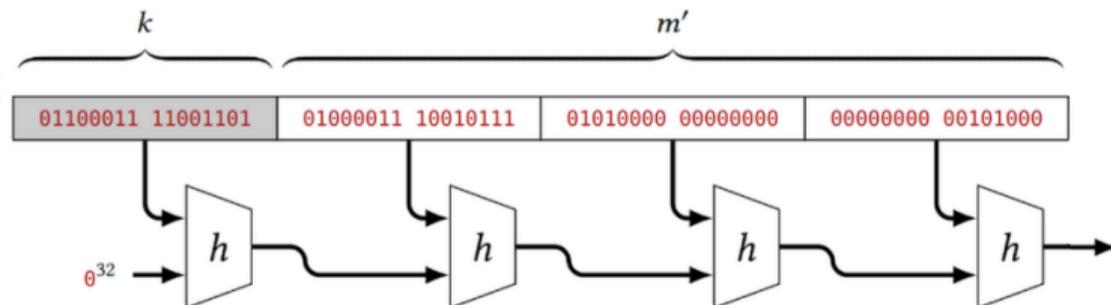
Attaque par extension de longueur (Length Extension Attack)

Attaque de $\text{PrefixMac}_k(m) := H(k||m)$ si H basé sur Merkle-Damgård:



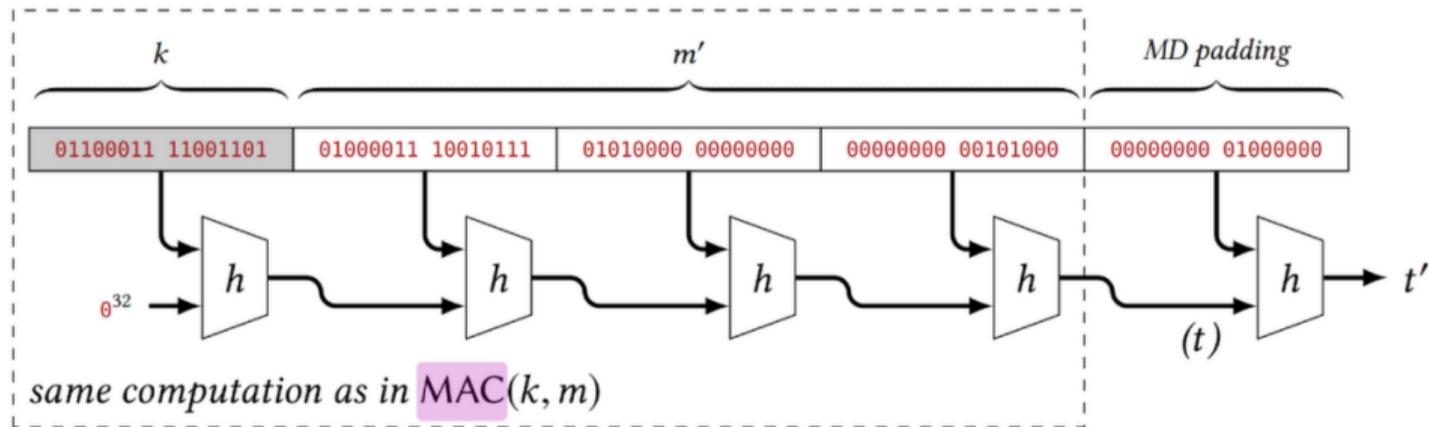
Attaque par extension de longueur (Length Extension Attack)

Attaque de $\text{PrefixMac}_k(m) := H(k||m)$ si H basé sur Merkle-Damgård:



Attaque par extension de longueur (Length Extension Attack)

Attaque de $\text{PrefixMac}_k(m) := H(k||m)$ si H basé sur Merkle-Damgård:



Attaque par extension de longueur (Length Extension Attack)



Cette attaque est-elle une forge:

- A universelle
- B existentielle

Attaque par extension de longueur (Length Extension Attack)

Cette attaque est-elle une forge:



- A universelle
- B existentielle ✓ On ne peut signer "que" certains messages, ceux de la forme $m\|pad_m\|m'$ (ce qui est déjà pas mal...)

Attaque par extension de longueur (Length Extension Attack)



Implémenter sur caseine l'attaque PrefixMac sur Merkle-Damgård.
TODO

Attaque par extension de longueur (Length Extension Attack)

Problème : la clé apparaît **avant** + le hash contient **tout l'état interne**

Solutions ?

- Constructions de hash wide-pipe (on jette une partie de la sortie) ou sponge (cf. cours fonctions de hash): utiliser SHA-3 explicitement prévue pour ça
- Ou **ne pas utiliser PrefixMac**. Mais alors quoi ?

Attaque par forge de suffix (suffix forgery attack)

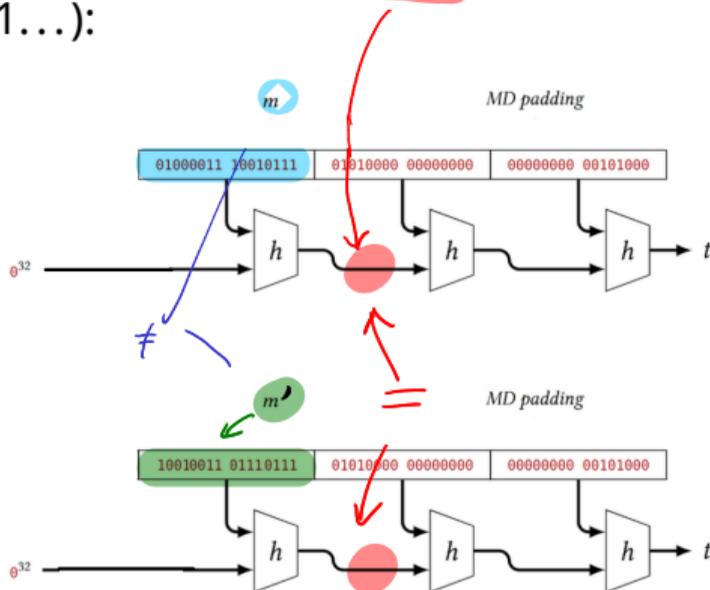
Essai 2: $\text{SuffixMac}_k(m) := H(m||k)$

Attaque par forge de suffix (suffix forgery attack)

Essai 2: $\text{SuffixMac}_k(m) := H(m||k)$ si H basé sur Merkle-Damgård:

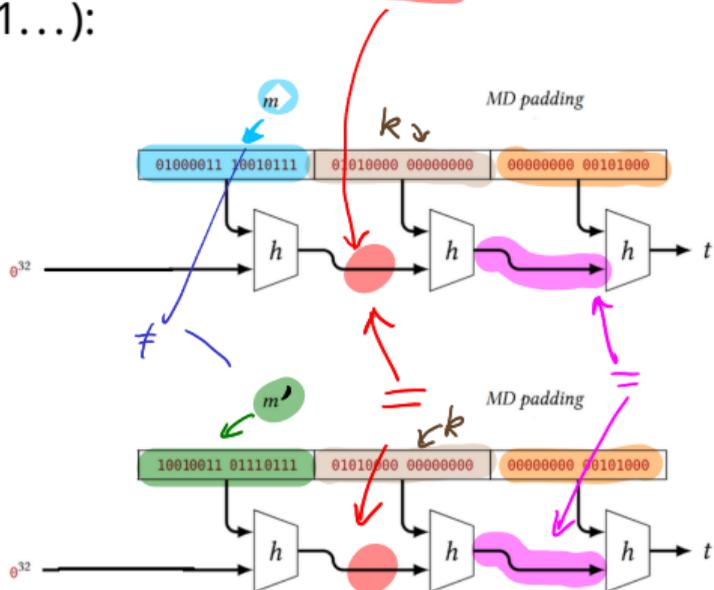
Attaque par forge de suffix (suffix forgery attack)

Essai 2: $\text{SuffixMac}_k(m) := H(m||k)$ si H basé sur Merkle-Damgård:
Supposons que l'on connaisse une **collision** (pas évident, mais connue pour MD5, SHA-0, SHA-1...):



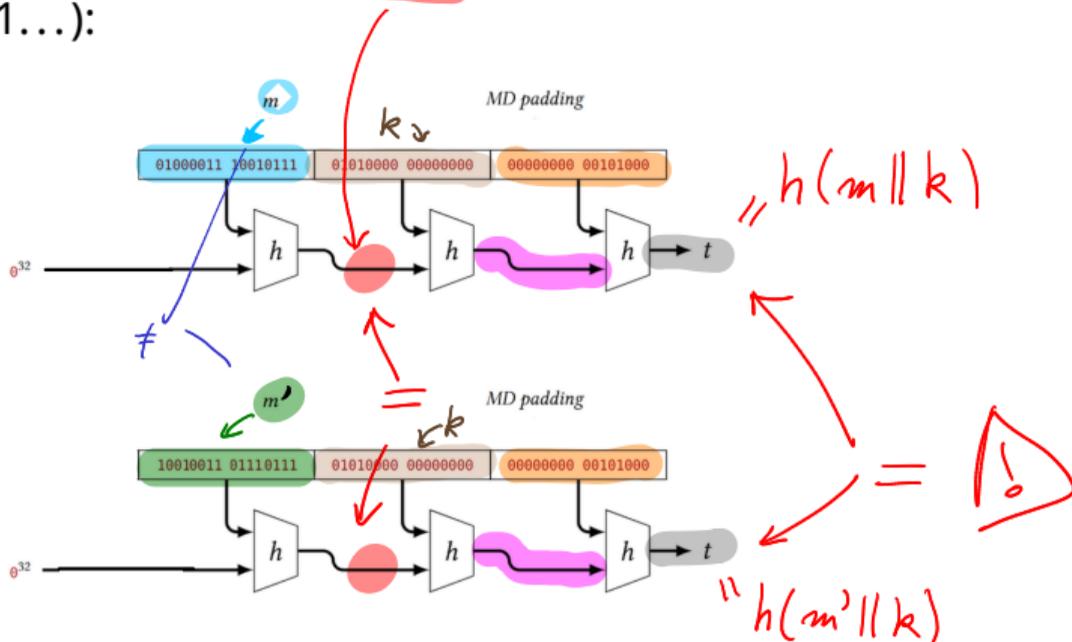
Attaque par forge de suffix (suffix forgery attack)

Essai 2: $\text{SuffixMac}_k(m) := H(m||k)$ si H basé sur Merkle-Damgård:
Supposons que l'on connaisse une collision (pas évident, mais connue pour MD5, SHA-0, SHA-1...):



Attaque par forge de suffix (suffix forgery attack)

Essai 2: $\text{SuffixMac}_k(m) := H(m||k)$ si H basé sur Merkle-Damgård:
Supposons que l'on connaisse une collision (pas évident, mais connue pour MD5, SHA-0, SHA-1...):





Peut-on obtenir un MAC à partir d'une fonction de hachage **vulnérable**,
i.e. dont on connaît une collision ?

- Le plus commun (et éprouvé) : **HMAC** (slide suivante)
- Également possible (et prouvé¹) : $\text{SandwichMac}_{k_1||k_2}(m) := H(k_1||m||k_2)$, mais attention: le message **doit être paddé**² pour arriver à une fin de bloc, et chaque clé doit être grande !

(attaque "diviser pour régner" possible sinon, cf <https://crypto.stackexchange.com/questions/15131/>)

- Autre possibilités, e.g. NMAC

¹https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-540-73458-1_26

²https://link.springer.com/chapter/10.1007/3-540-68339-9_3

Définition (HMAC)

HMAC est défini par :

$$\text{HMAC}_k(m) = H\left((k \oplus \text{opad}) \parallel H\left((k \oplus \text{ipad}) \parallel m\right)\right)$$

avec $\text{ipad} = 0x3636 \dots 36$ et $\text{opad} = 0x5c5c \dots 5c$ (leur choix est important^a).

^a<https://eprint.iacr.org/2012/684.pdf>

Conclusion: on a besoin d'ipad  pour obtenir un MAC .

Coincidence ? Je ne crois pas...

Avantages HMAC:

- preuve de sécurité³,
- pas besoin de résistance aux collisions,
- fonctionne même si H basée sur construction de Merkle-Damgård
- et éprouvé par le temps !

³<https://eprint.iacr.org/2006/043.pdf>

Chiffrement + MAC

Motivations:

- Motivations pour MAC était d'avoir un schéma de chiffrement CCA-secure (attaquants actifs, e.g. padding oracle attack).
⇒ Comment combiner MAC & Chiffrement pour avoir **sécurité CCA** ?
- Souvent en pratique on veut à la fois chiffrer et authentifier. Peut-on le faire **+ efficacement** que chiffrement + MAC ?

CCA à partir de MAC et CPA

Soit $(E.Gen, E.Enc, E.Dec_e)$ un schéma de chiffrement CPA-sécurisé, $(M.Gen, M.MAC)$ un MAC (fortement EUF-CMA) sécurisé, alors le schéma de chiffrement suivant "chiffrement-puis-mac" est CCA-sécurisé :

$$\begin{aligned}\mathcal{K} &= E.\mathcal{K} \times M.\mathcal{K} \\ \mathcal{M} &= E.\mathcal{M} \\ \mathcal{C} &= E.\mathcal{C} \times M.\mathcal{T}\end{aligned}$$

KeyGen:

$$\begin{aligned}k_e &\leftarrow E.KeyGen \\ k_m &\leftarrow M.KeyGen \\ \text{return } &(k_e, k_m)\end{aligned}$$

Enc $((k_e, k_m), m)$:

$$\begin{aligned}c &:= E.Enc(k_e, m) \\ t &:= M.MAC(k_m, c) \\ \text{return } &(c, t)\end{aligned}$$

Dec $((k_e, k_m), (c, t))$:

$$\begin{aligned}\text{if } t &\neq M.MAC(k_m, c): \\ &\text{return err} \\ \text{return } &E.Dec(k_e, c)\end{aligned}$$



Exercice : prouver le théorème précédent.
Exercice simplifié sur **caséine**, avec les jeux pré-remplis à ordonner (section MAC, activité “CCA à partir de MAC et CPA”).

Typiquement, but d'un canal sécurisé =

- **confidentialité** : le message est caché contre adversaire malicieux
- **authenticité** : tous les messages viennent bien de la personne que l'on souhaite (pas d'ajouts de messages, de modification...)
- **pas de "replay"** : on aimerait éviter les attaques de replay (un adversaire peut envoyer un message déjà vu !)



CCA ne nous protège pas déjà ?

Il existe des schémas de chiffrement
(e.g. $\text{Enc}(k, m) := r \xleftarrow{\$} \{0, 1\}^\lambda; \text{return } E_k(m||r)$)
CCA mais où **un attaquant peut envoyer
un message aléatoire.**

Typiquement, but d'un canal sécurisé =

- **confidentialité** : le message est caché contre adversaire malicieux ✓
- **authenticité** : tous les messages viennent bien de la personne que l'on souhaite (pas d'ajouts de messages, de modification...) ✗
- **pas de "replay"** : on aimerait éviter les attaques de replay (un adversaire peut envoyer un message déjà vu !) ✗



CCA ne nous protège pas déjà ?

⇒ **pas complètement !**

⇒ **Besoin d'une meilleure définition:
Authenticated Encryption with Associated Data !
(AEAD)**

↑
**Limiter replay (ce message est
le n -ième message envoyé
dans ce "contexte" (=session) d)**

Éviter replay = on introduit un “associated data”/**contexte** d (e.g. ID session & numéro message, hash de tout l’historique de conversation...) identifiant **la connexion actuelle**, et on change le chiffrement et déchiffrement.

$$\text{Enc}(k, d, m) \quad \text{Dec}(k, d, c)$$

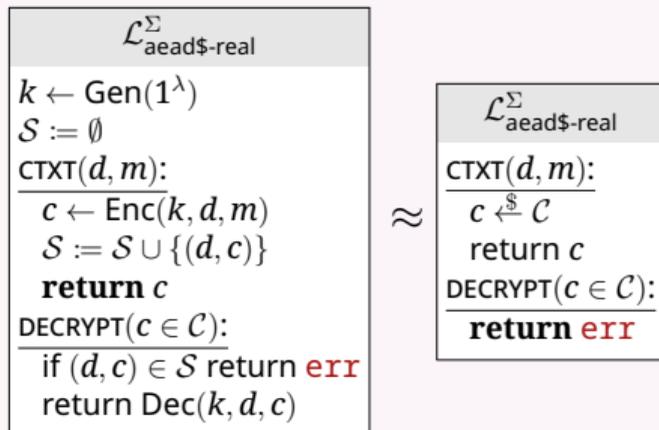
⇒ Objectif = **impossible pour un adversaire de générer un chiffré (c, d) qui n’ait pas déjà été vu**

AEAD

Note: pour simplifier (et augmenter) la sécurité, on demande **en plus** que le chiffrement soit indistinguible d'un élément aléatoire dans l'espace des chiffrés \mathcal{C} :

AEAD

Soit $\Sigma = (\text{Gen}, \text{Enc}, \text{Dec})$ un chiffrement. On dit que Σ est un **AEAD\$** sécurisé si :



Construction AEAD

Plusieurs approches possibles :

- combiner chiffrement + MAC : simple, mais moins efficace
- chiffrements "3-en-1" AEAD : plus complexe, mais plus efficace

Construction AEAD : chiffrement-puis-mac (version AEAD)

Première méthode chiffrement-puis-mac (version AEAD):

Chiffrement + MAC

Soit $(\text{Gen}_e, \text{Enc}, \text{Dec})$ un chiffrement CPA-sécurisé (resp. CPA\$-sécurisé, i.e. le chiffré est indistinguable d'aléa), et $(\text{Gen}_m, \text{MAC})$ un MAC sécurisé, alors la construction ci-dessous est un **AEAD sécurisé** (resp. AEAD\$) :

$\text{Gen}(1^\lambda):$

$k_e \leftarrow \text{Gen}_e(1^\lambda)$
 $k_m \leftarrow \text{Gen}_m(1^\lambda)$
return (k_e, k_m)

$\text{Enc}((k_e, k_m), d, m):$

$c \leftarrow \text{Enc}_{k_e}(m)$
 $t := \text{MAC}(k_m, d||c)$
return (c, t)

$\text{Dec}((k_e, k_m), d, (c, t)):$

if $t \neq \text{MAC}(k_m, d||c)$
return err
return $\text{Dec}_{k_e}(c)$

Idée preuve : Similaire à la preuve que "chiffrement-puis-mac" est CCA-sécurisé.

Construction AEAD : inefficacité chiffrement + MAC

Si on instancie chiffrement + MAC avec le chiffrement CBC et le MAC CBC-MAC, on appelle le block-cipher **2× par bloc !**

Construction AEAD : inefficacité chiffrement + MAC

Si on instancie chiffrement + MAC avec le chiffrement CBC et le MAC CBC-MAC, on appelle le block-cipher **2× par bloc** !

⇒ **inefficace** ! (on fait **2× quasiment le même travail**)

Construction AEAD : inefficacité chiffrement + MAC

Si on instancie chiffrement + MAC avec le chiffrement CBC et le MAC CBC-MAC, on appelle le block-cipher **2× par bloc** !

⇒ **inefficace** ! (on fait **2× quasiment le même travail**)



Peut-on faire mieux ?

Construction AEAD : inefficacité chiffrement + MAC

Si on instancie chiffrement + MAC avec le chiffrement CBC et le MAC CBC-MAC, on appelle le block-cipher **2× par bloc** !

⇒ **inefficace** ! (on fait **2× quasiment le même travail**)



Peut-on faire mieux ?

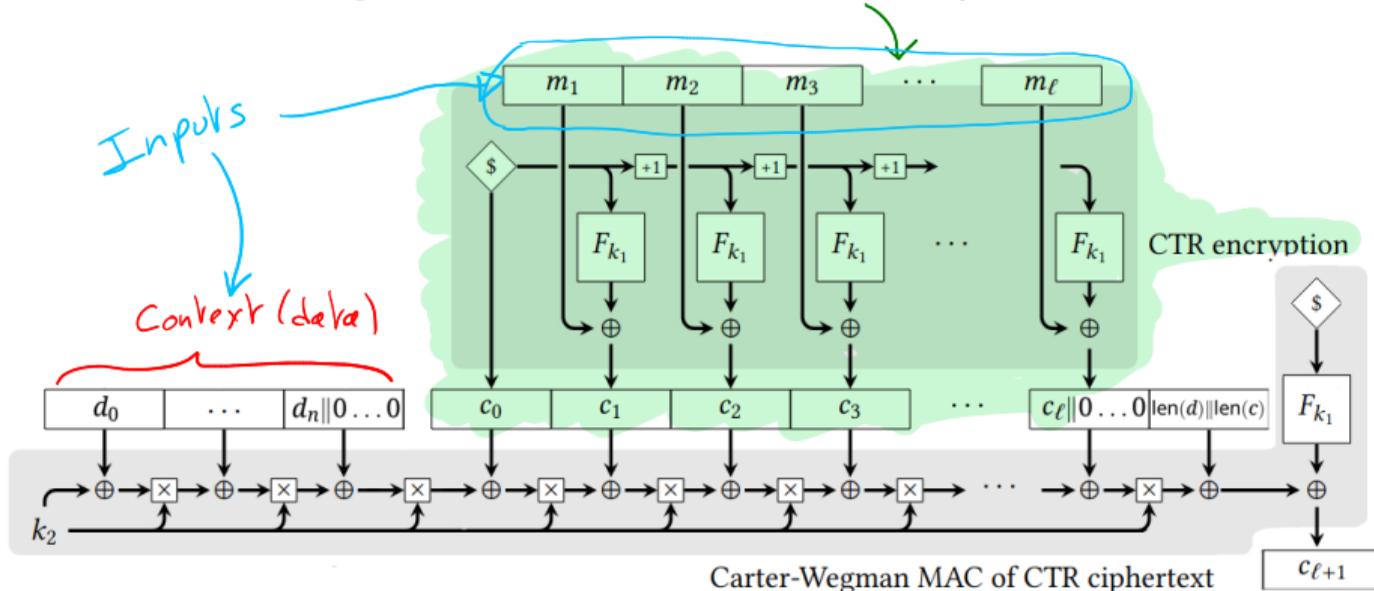
✓ **Oui : Mode GCM !**

Mode GCM

Mode GCM

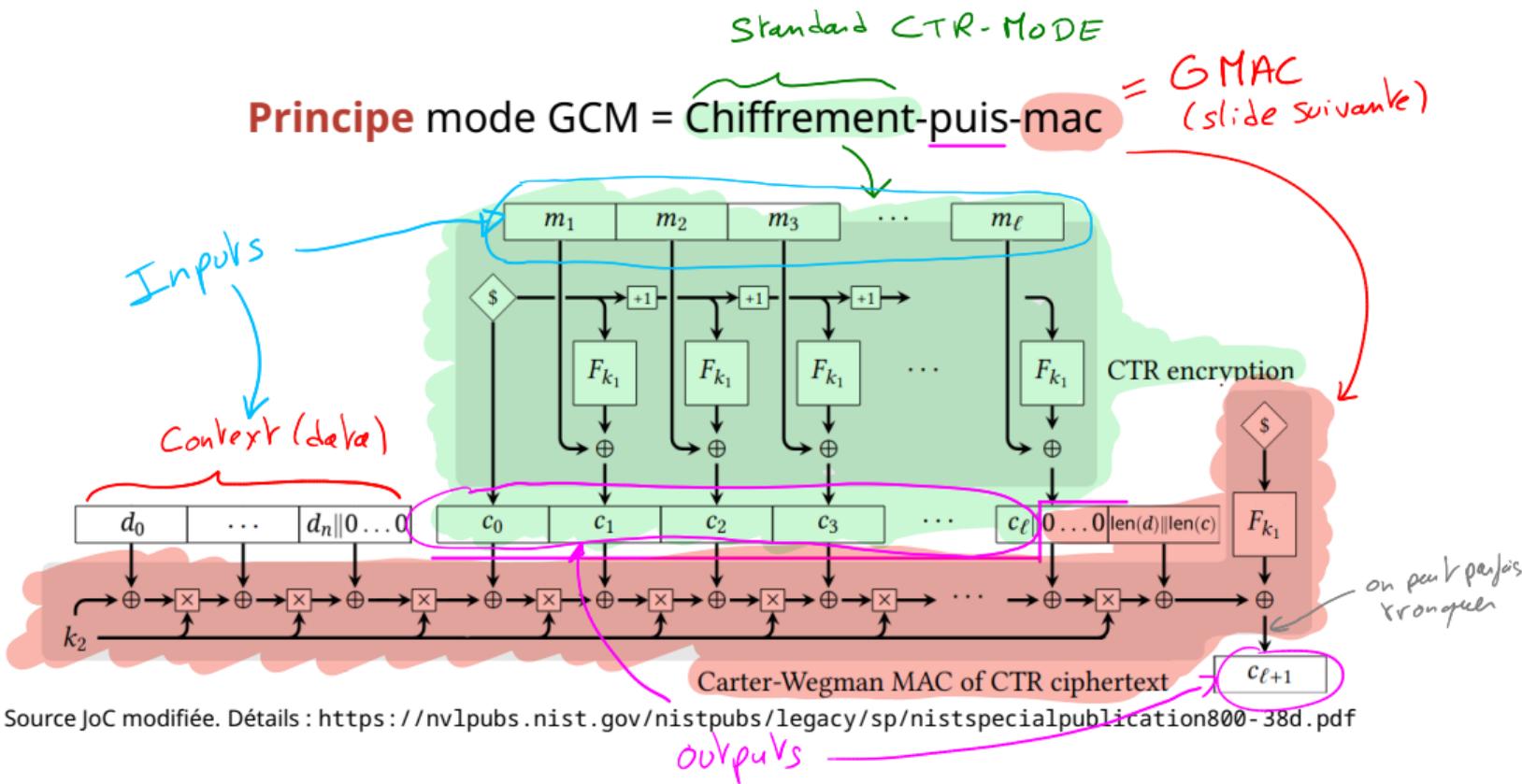
Standard CTR-Mode

Principe mode GCM = Chiffrement-puis-mac



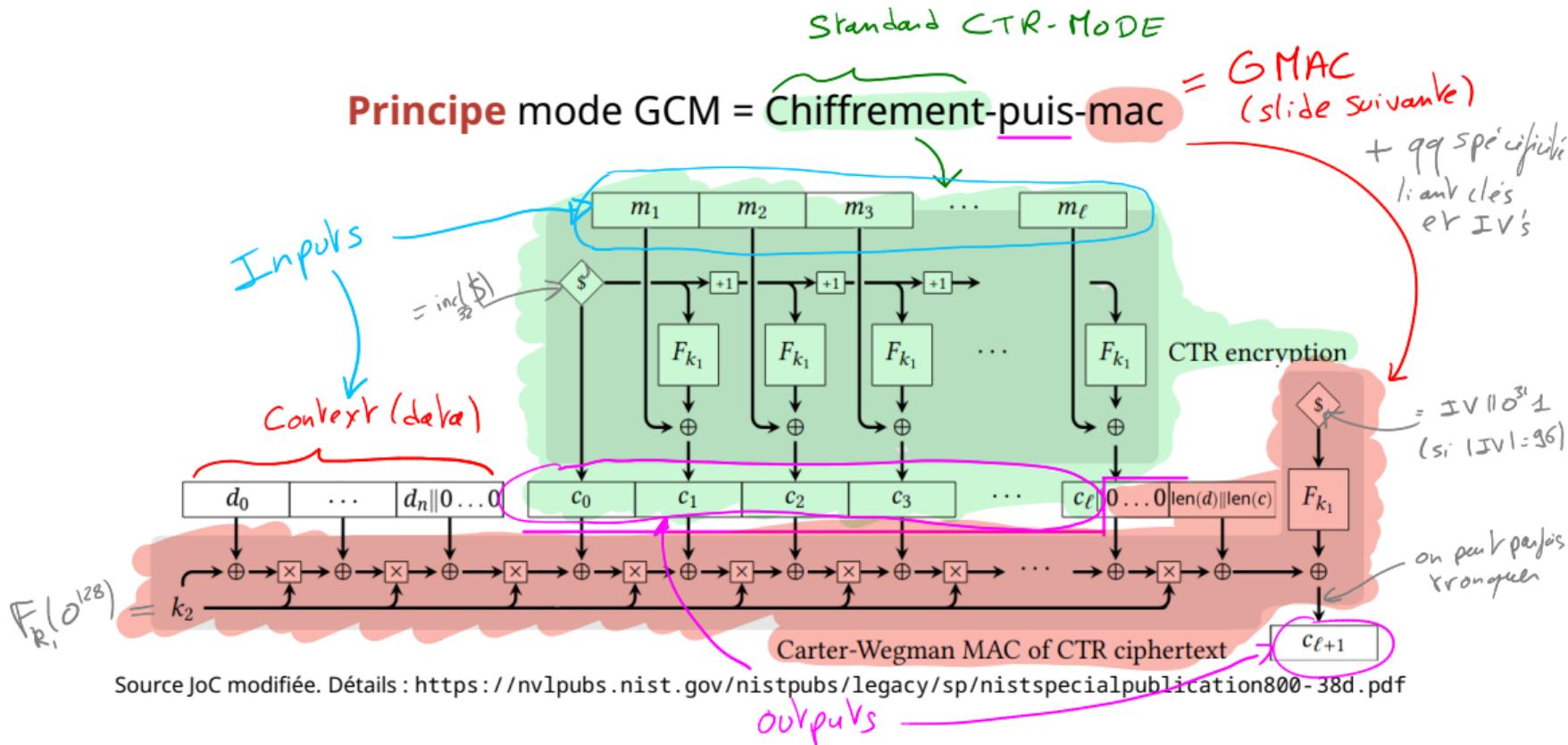
Source JoC modifiée. Détails : <https://nvlpubs.nist.gov/nistpubs/legacy/sp/nistspecialpublication800-38d.pdf>

Mode GCM



Source JoC modifiée. Détails : <https://nvlpubs.nist.gov/nistpubs/legacy/sp/nistspecialpublication800-38d.pdf>

Mode GCM



GMAC (Carter-Wegman MAC) : construction de MAC qui n'utilise **qu'un appel au cipher**, sinon que des multiplications !

⇒ beaucoup **plus efficace** !

simple évaluation d'un polynôme $\sum_{i=0}^l c_{l-i}s^i$ ($s = \text{salt}$)
sur un corps fini où les calculs sont efficaces

Construction GMAC = 2 étapes :

- 1 On utilise une fonction de **hash universelle** = très efficace, mais **très peu sécurisée** :
(= Résistante aux collisions ssi on ne connaît pas le salt + 1 seul essai !)
- 2 On applique un pseudo-OTP à la fin sur le résultat (donc 1 seul appel au block-cipher !) pour **booster** la sécurité en "cachant" la sortie de la fonction, et donc son sel $s = k_2$ (si révélé, on peut signer tout ce que l'on veut !)
⇒ c'est une PRF et donc un MAC !



On vient de construire une PRF... mais avec le block-cipher utilisé on avait déjà une PRF. Quel avantage ?



On vient de construire une PRF... mais avec le block-cipher utilisé on avait déjà une PRF. Quel avantage ?

⇒ Ici on a fabriqué une PRF pour des entrées **de taille non-bornée** ! (block-cipher = taille fixe)

La fonction universelle calcule seulement

$$\sum_{i=0}^l x_{l-i} s^i$$

($s = \text{salt}$, $x = d_{0\text{-padded}} || c_{0\text{-padded}} || \text{len}(d) || \text{len}(c)$)

Comment le faire **efficacement** ?

La fonction universelle calcule seulement

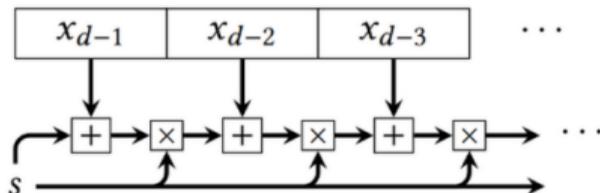
$$\sum_{i=0}^l x_{l-i} s^i$$

($s = \text{salt}$, $x = d_{0\text{-padded}} \| c_{0\text{-padded}} \| \text{len}(d) \| \text{len}(c)$)

Comment le faire **efficacement** ?

⇒ **Méthode de Ruffini-Horner**

$$\sum_{i=0}^l x_{l-i} s^i = \dots (s \cdot (s \cdot (s + x_{l-1}) + x_{l-2}) + x_{l-3}) \dots$$





Une **multiplication** entre des listes de bits...?!?





Une **multiplication** entre des listes de bits...?!?

⇒ Messages interprétés comme des éléments de $\mathbb{F}_{2^{128}}$:

- $+$ = XOR bit à bit
- \times = chaque élément $a = a_0 \dots a_{127} \in \{0, 1\}^{127}$ vu comme polynôme $a_0 + a_1X + a_2X^2 \dots a_{127}X^{127} \in \mathbb{Z}_2[X]$, on multiplie alors les polynômes, et on simplifie (pour garder 128 bits) en considérant que $X^{128} = 1 + X + X^2 + X^7$ (i.e. modulo un polynôme irréductible).



Combien vaut $110\dots01 \times 1010\dots0$?

En pratique

Et en pratique ?

En pratique:

- CBC-MAC est utilisé dans le mode AEAD CCM, lui même utilisé dans IEEE 802.11i, IPsec, TLS 1.2 & 1.3 (désactivé dans 1.3 par défaut dans openssl), Bluetooth Low Energy (4.0).
- OMAC est utilisé dans le mode AEAD EAX (remplaçant CCM)
- AEAD **GCM très adopté** (efficacité), utilisé dans IEEE 802.1AE (MACsec), Ethernet security, WPA3-Enterprise Wifi security protocol, IEEE 802.11ad, ANSI (INCITS) Fibre Channel Security Protocols (FC-SP), IEEE P1619.1 tape storage, IETF IPsec standards, SSH, TLS 1.2 and TLS 1.3, OpenVPN...
- HMAC: utilisé dans IPsec, TLS, JWT Json Web Tokens (RFC 7519)...
- Poly1305 (=hash qui peut être utilisé en MAC) utilisé dans le AEAD ChaCha20-Poly1305, lui même utilisé dans IPsec, SSH, (D)TLS 1.2 & 1.3, WireGuard, S/MIME 4.0, OTRv4... Très rapide en software, remplace souvent GCM quand il n'y a pas d'instructions hardware

Conclusion

Conclusion

- **MAC permet de “signer” (=tagger) un message** si on partage une clé privée avec le destinataire
- On peut **formaliser la sécurité** avec un jeu visant à forger de nouveaux tags (\approx signatures) \Rightarrow (fortement) EUF-CMA sécurisé
- On peut **construire des MAC** sécurisés à partir de:
 - block-ciphers (attention, très différent du chiffrement !)
 - fonctions de hash, mais attention attaques si mal fait (length extension attack...)
- Chiffrement-puis-MAC permet d'avoir **sécurité CCA**
- Mais CCA n'est pas suffisant (attaques replay etc)
 \Rightarrow on définit **AEAD** (encore + sécurisé) en introduisant la notion de *contexte*
- Chiffrement-puis-MAC est AEAD sécurisé... mais on peut gagner en **efficacité** avec le **mode GCM**, très utilisé